Astronomie und Astrophysik I
Übungsblatt 8: Sternstruktur

Abgabe in der Vorlesung am 20.12.2007

11. Dezember 2007

2P **Zeitskalen:**
(i) Die **Kelvin–Helmholtz Zeit** $\tau_{KH} = -E_{\rm Grav}/2L$ eines Sterns ist die Zeit, in der die Gravitationsenergie bei konstanter Abstrahlung aufgebraucht wird, $E_{\rm Grav} = -3GM^2/5R$. Berechnen Sie die Verweildauer der Ursonne auf dem Hayashi–Track bei einer Abstrahlung von 10 Sonnenleuchtkräften (Einheiten: Mio. Jahre).
(ii) Wie lange lebt ein Stern von 10 Sonnenmassen auf der **Hauptreihe**? (Einheiten: Mio. Jahre). Benutzen Sie dazu die Masse–Leuchtkraft Beziehung $L = L_\odot\,(M/M_\odot)^{3,8}$ und die Lebensdauer der Sonne auf der Hauptreihe von 10 Mia. Jahren.

2P **Sonneninneres:**
(i) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge $\ell_\gamma = 1/\rho\kappa_{ff}$ eines Photons im Zentrum der Sonne, wenn κ_{ff} die Kramersche Opazität bedeutet: $\kappa_{ff} = 3,8 \times 10^{22}\,(1+X)(X+Y+B)\,\rho\,T^{-7/2}$ cm^2/g, X die Wasserstoffhäufigkeit, Y die Heliumhäufigkeit des Cores, wobei $B = \sum_i X_i Z_i^2/A_i \simeq 0,01$ für CNO–Elemente. Vergleichen Sie dies mit der mittleren freien Weglänge gegen Thomson–Streuung: $\ell_{\rm sca} = 1/n_e\sigma_T$.
(ii) Schätzen Sie mittels der oben gefundenen freien Weglänge ℓ_γ die Sonnenleuchtkraft des Cores der Sonne ab (in Watt), die aus dem radiativen Energietransport folgt,

$$L_\odot = L(r = 0,2\,R_\odot) = -\frac{16}{3}\,\frac{\sigma_{SB}\pi r^2 T^3}{\kappa(r)\rho(r)}\,\frac{dT}{dr} = -\frac{16}{3}\,\pi r^2\,\sigma_{SB}T^4\,\frac{\ell_\gamma\,dT}{T\,dr}\,. \qquad (1)$$

Benutzen Sie dazu den Temperaturgradienten im Zentrum der Sonne $dT/dr = \Delta T/\Delta r \simeq -0,4T_{c\odot}/R_\odot$ für $R_c \simeq 0,2\,R_\odot$.

3P **Hertzsprung–Russell–Diagramm der Sternentwicklung:**
Skizzieren Sie ein Hertzsprung–Russell–Diagramm. Beschriften Sie auch genau die Achsen. Tragen Sie die Position folgender Sterne ein:

1. alle Sterne mit Wasserstoffbrennen im Core;
2. den zeitlichen Entwicklungsweg der Sonne nach dem Hauptreihenstadium mit Angabe der einzelnen Phasen;
3. den zeitlichen Entwicklungsweg der Sonne vor dem Hauptreihenstadium;

4. die Lage der Weißen Zwerge mit Temperaturen von 50'000 - 3'000 K;
5. alle Sterne mit Radien von 100 Sonnenradien;
6. die Lage der Braunen Zwerge mit Massen von $13M_J < M < 80M_J$.

3P **Sonnen–Neutrinos:** Im Sonneninneren entstehen zur Zeit Neutrinos mit Energie $E_\nu \simeq 1$ MeV. Der Wirkungsquerschnitt der Neutrinos mit Nukleonen N ist wie folgt gegeben

$$\sigma_\nu(\nu N) \simeq 10^{-45}\,\mathrm{cm}^2\,(E_\nu/\mathrm{MeV})^2\,. \tag{2}$$

(i) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge der Neutrinos $\ell_\nu = 1/n\sigma_\nu$ auf ihrem Weg durch die Sonne in astronomisch relevanten Einheiten.
(ii) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge der Neutrinos, die im Supernova–Kollaps durch Neutronisierung entstehen, in Einheiten von km. Die entsprechenden Dichten betragen dann $\simeq 10^{14}$ g cm^{-3}. Was bedeutet Ihr Resultat?
(iii) Die Sonne bezieht ihre Strahlungsenergie aus der Fusion von Wasserstoffkernen zu Heliumkernen, wobei der ppI–Prozess die dominante Rolle spielt. Wie viele Neutrinos entstehen dabei pro Sekunde in der Sonne ?

Anleitung: Benutzen Sie dabei den eintretenden Massendefekt, d. h. die Differenz zwischen der Summe der Massen von vier ungebundenen Protonen und der Masse des Heliumkerns. Aus dem Massendefekt kann entsprechend der von Einstein gefundenen Beziehung die bei der Bildung eines Heliumkerns frei gewordene Energie ΔE berechnet werden. Mittels Sonnenleuchtkraft kann dann die Anzahl Heliumkerne berechnet werden, die pro Sekunde gebildet werden.